

## ANALYSE DES CONTRAINTES LOCALES DANS LES POUTRES A OUVERTURES D'AMES

### ANALYSIS OF LOCAL STRESSES IN BEAMS WITH WEB OPENING

Réception : 02/08/2017

Acceptation : 19/11/2017

Publication : 31/01/2018

AL-DAFAFEA T. <sup>1,2,3</sup>, DURIF S. <sup>1,2,4</sup>, BOUCHAÏR A. <sup>1,2,5</sup>, FOURNELY E. <sup>1,2,6</sup>

<sup>1</sup>Clermont Université, Université Blaise Pascal, Institut Pascal, BP 10448, F-63000 Clermont-Ferrand

<sup>2</sup>CNRS, UMR 6602, Institut Pascal, F-63171 Aubière, France

<sup>3</sup>taherjasimmohammed@yahoo.fr, taher.al-dafafea@etudiant.univ-bpclermont.fr

<sup>4</sup>sebastien.durif@uca.fr

<sup>4</sup>abdelhamid.bouchair@uca.fr

<sup>6</sup>eric.fournely@uca.fr

**Résumé-** Dans les ossatures de bâtiments en acier, il est fréquent de concevoir des poutres avec des ouvertures dans l'âme pour augmenter le ratio matière-inertie et pour permettre le passage de gaines techniques. La justification de telles poutres doit tenir compte de la présence des ouvertures en appliquant des méthodes de vérification appropriées. Le modèle éléments finis développé sur logiciel CAST3M permet d'évaluer les modes de ruine par plastification ou voilement local des parois autour des ouvertures de formes différentes par flexion Vierendeel. Les résultats numériques permettent de comprendre le fonctionnement mécanique de ces poutres et l'effet de ces ouvertures sur la résistance de la poutre. En effet, la nature des chargements, la distribution et la forme des ouvertures affectent beaucoup les résultats. La comparaison des résultats montre que le modèle éléments finis et la méthode flexion Vierendeel fournissent des résultats comparables à l'exception des zones proches des angles des ouvertures. Dans le cas de l'application d'un moment constant sur la poutre, la méthode analytique Vierendeel n'est pas efficace, ce qui conduit à l'utilisation d'une méthode équivalente. Ces deux méthodes analytiques sont appliquées et leurs résultats sont comparés avec ceux des simulations numériques en vue d'évaluer leurs capacités.

**Mots - clés :** Poutres à ouvertures d'âmes, Champs de contraintes, Flexion Vierendeel, MEF.

**Abstract-** In the steel frame building, it is common of beams with openings in the web designs to increase the inertia-material ratio and to allow the passage of service shafts. The justification for such beams must take into account the presence of these openings by applying appropriate verification methods. The finite element model developed on software CAST3M can evaluate failure modes by collapse by yielding or local buckling of the walls around the openings of various shapes by Vierendeel bending. Numerical results are used to understand the mechanical behavior of these beams and the effect of these openings on the resistance of the beam. The types of loadings, distribution and shape of openings greatly affect the results. With the results of the analysis it is possible to observe that the finite element method and those of the Vierendeel bending method provide similar results with the exception of the areas near the corners of the openings. In the case of the application of a constant bending moment we see that the Vierendeel method is not effective then we must use the equivalent method. Two analytical methods are used and their results are between themselves and with those of the numerical simulations that led to identical results were almost all types of shaped openings but still a large difference remains between these types of openings.

**Keywords:** Beams with web openings, Stress fields, Vierendeel bending, FEM.

## 1-Introduction

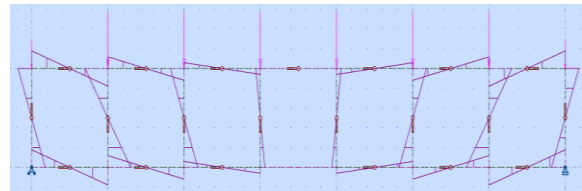
Les poutres à ouvertures d'âmes sont aujourd'hui largement utilisées dans le domaine de la construction métallique et mixte. Ces poutres, présentant des ouvertures isolées ou réparties, offrent, outre une grande inertie, la possibilité de faire passer les conduits de service et gaines de ventilation dans leur hauteur, réduisant ainsi l'épaisseur totale du plancher. De plus, certaines formes d'ouvertures multiples, circulaires ou sinusoïdales, apportent aux structures métalliques un intérêt architectural supplémentaire.

Cependant, la présence de larges ouvertures dans l'âme génère des comportements mécaniques spécifiques en comparaison avec les poutres à âmes pleines. En plus des modes de ruines traditionnels liés à la flexion ou au cisaillement de la section droite, d'autres modes de ruines sont liés spécifiquement à la présence d'ouvertures : le mécanisme de ruine par flexion Vierendeel, le flambement du montant intermédiaire et voilement des parois autour des ouvertures...

À ce jour, les études expérimentales sur les poutres ajourées ont permis d'identifier six principaux modes de ruine Réf. [1]. Ces modes sont étroitement associés à la géométrie de la poutre globale, à l'élancement de l'âme, aux dimensions de l'ouverture, au type de chargement, aux conditions aux limites et à la position des ouvertures. Il est possible de distinguer les modes de ruine locaux au niveau des ouvertures des modes de ruines globaux Réf. [2]. Les modes de ruine locaux mettent en jeu les sections locales autour de l'ouverture. Trois modes locaux propres aux poutres munies d'ouvertures ont pu être identifiés : la flexion Vierendeel, le flambement du montant intermédiaire et la rupture de la soudure entre ouvertures. La Flexion Vierendeel correspond à la formation d'un mécanisme de rotules plastiques aux 4 coins de l'ouverture induit par le transfert de cisaillement autour de l'ouverture. Le flambement du montant intermédiaire correspond à l'instabilité de la partie d'âme pleine entre 2 ouvertures adjacentes. Ce flambement est généré par le cisaillement horizontal du montant ou par la compression directe liée à un chargement

ponctuel. La rupture de la soudure du montant intermédiaire (poutre alvéolaire formée à partir d'un profilé laminé à chaud) est associée au cisaillement horizontal du montant.

Généralement, le comportement des poutres à ouvertures d'âmes est considéré similaire à celui d'une poutre échelle (ou poutre Vierendeel) chargée aux nœuds. Cette hypothèse permet de considérer que les membrures de l'ouverture sont soumises à un moment fléchissant local bitriangulaire sur la longueur de l'ouverture. Cette distribution d'effort correspond à une poutre échelle isostatique, constituée de rotules internes à mi-longueur des différentes membrures de la poutre. La figure 1-1 donne un exemple de distribution de moment fléchissant (obtenu avec le logiciel Robot) au sein d'une poutre échelle isostatique chargée aux nœuds Réf. [2].



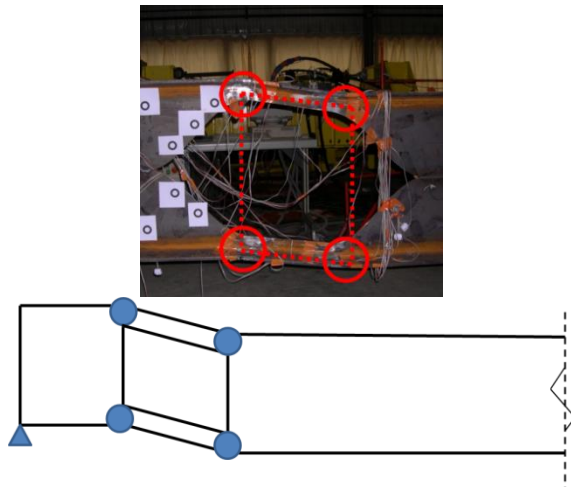
**Figure 1-1 :** Diagramme de moments fléchissant dans les membrures d'une poutre échelle

**Figure 1-1:** Bending moment diagram in the frames of a Vierendeel beam

Cependant, cette approximation est plus ou moins représentative du comportement mécanique des poutres à ouvertures d'âme en fonction de plusieurs paramètres tels que la forme de l'ouverture ou le type de chargement.

Le présent travail se concentre sur la ruine par flexion Vierendeel. La flexion Vierendeel correspond à la flexion locale des membrures supérieure et inférieure de l'ouverture. Elle est générée par le transfert de cisaillement autour de l'ouverture. Par conséquent, dans le cas d'une ouverture rectangulaire, les membrures supérieure et inférieure sont soumises à une flexion locale qui s'ajoute à l'effort axial (induit par la flexion globale de la poutre). Ainsi, les contraintes axiales évoluent le long de l'ouverture et sont maximales aux coins et génèrent

potentiellement la formation de rotules ou des instabilités (en zone de compression) et donc un mécanisme de ruine Réf. [3] (voir Figure 1-2).



**Figure 1-2 :** Illustration du mécanisme de ruine par flexion Vierendeel

**Figure 1-2:** Illustration of the failure mechanism by bending Vierendeel

L'objet du présent travail est de mener une analyse de l'influence de différentes conditions sur la distribution des contraintes, notamment axiales, au sein d'une membrure d'ouverture.

Ce travail permet d'une part d'évaluer la pertinence de différentes approches théoriques de calcul permettant d'estimer les contraintes au niveau d'une ouverture au travers de comparaisons avec des résultats de modèles éléments finis obtenus avec le logiciel Cast3m. De plus, une analyse détaillée de la distribution de contrainte par le biais des éléments finis permet d'évaluer le potentiel de voilement local au sein des sections soumises à des contraintes de compression maximales au niveau du bord libre de l'âme de l'ouverture.

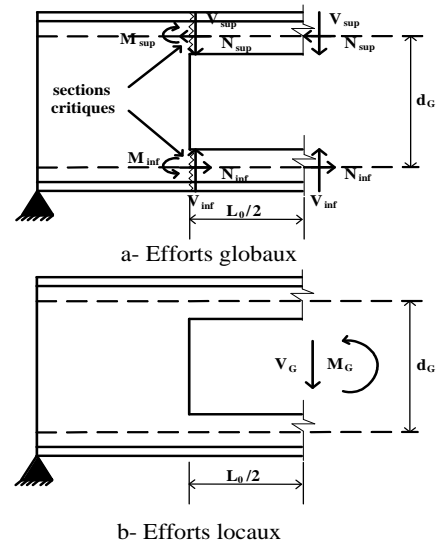
## 2- Modèles analytiques

Plusieurs approches analytiques peuvent être utilisées pour traiter le comportement mécanique de poutres à ouvertures d'âme. Deux approches sont présentées ci-après et ce travail compare la distribution de contraintes déduite de ces modèles avec celle obtenue par éléments finis.

Le premier modèle analytique correspond à celui couramment utilisé et utilise la similitude avec les poutres échelles ou poutre Vierendeel. Le deuxième modèle présenté ensuite correspond à l'utilisation d'une poutre à inerties équivalentes.

### 2.1- Poutre Vierendeel

La méthode généralement utilisée pour définir le comportement mécanique d'une poutre munie d'une ou plusieurs ouvertures s'appuie sur la similitude avec une poutre échelle Réf. [4]. Ainsi, les efforts internes de cisaillement et de flexion globaux de la poutre ( $V_G$  et  $M_G$ ) se répartissent dans les membrures supérieure et inférieure de l'ouverture. De plus, afin de résoudre le problème hyperstatique d'une poutre échelle (poutre Vierendeel), l'hypothèse communément admise consiste à considérer une rotule à mi-travée de chaque membrure d'ouverture permettant de déduire de manière aisée la distribution des efforts internes dans chaque membrure Réf. [2]. La Figure 2.1 illustre la distribution des efforts internes globaux dans une section d'ouverture (a) et leurs efforts internes locaux équivalents (b).



**Figure 2-1 :** Efforts globaux et leurs efforts locaux équivalents dans une ouverture

**Figure 2-1:** Global forces and their equivalents local forces in opening

Dans le cas d'une ouverture centrée, le cisaillement dans les membrures  $V_{inf}$  et  $V_{sup}$  est défini par l'équation (1) pour une ouverture

centrée, dans le cas contraire, l'effort tranchant se répartit proportionnellement aux aires des sections de membrures. La flexion Vierendeel ( $M_{Vier}$ ) induit par le transfert du cisaillement autour de l'ouverture s'exprime suivant l'équation (2) Réf. [2].

$$V_{sup} = V_{inf} = \frac{V_G}{2} \quad (1)$$

$$M_{Vier.} = \frac{V_{sup} \cdot L_0}{2} = \frac{V_{inf} \cdot L_0}{2} \quad (2)$$

Les efforts locaux axiaux  $N_{sup}$  et  $N_{inf}$  s'exerçant dans les membrures, équilibrent le moment fléchissant global ( $M_G$ ) de la poutre. Ils peuvent être calculés par l'expression (3).

$$N_{sup} = \frac{M_G}{d_G} = N_{inf} \quad (3)$$

Où

$M_G$  est le moment global au droit de l'ouverture.

$V_G$  est l'effort tranchant global au droit de l'ouverture.

$d_G$  est la distance entre les centres de gravité des tés à mi-longueur de l'ouverture.

$N_{sup}$  est l'effort normal dans la membrure supérieure au droit de l'ouverture.

$V_{sup}$  est l'effort tranchant dans la membrure supérieure au droit de l'ouverture.

$M_{Vier}$  est le moment de flexion locale, appelé moment de flexion Vierendeel.

Les sections en té qui composent chaque membrure, hors section située au milieu de l'ouverture, sont ainsi soumises à un moment fléchissant local dû à l'effort tranchant et à un effort normal dû au moment global. Le moment fléchissant local n'est nul qu'au milieu de l'ouverture, section (b-b). Ainsi, les contraintes axiales dans chaque té de membrure (Figure 2 - 2) peuvent être calculées par les expressions (4) à (10).

$$\sigma_{Vier.âme.} = \frac{M_{Vier.} \cdot h_1}{I_{té}} \quad (4)$$

$$\sigma_{Vier.sem.} = \frac{M_{Vier.} \cdot h_1}{I_{té}} \quad (5)$$

$$\sigma_G = \frac{N_{sup.}}{A_{té}} \quad (6)$$

$$\text{Section a-a } \sigma_{âme.} = \sigma_G + \sigma_{Vier.âme.} \quad (7)$$

$$\sigma_{sem.} = \sigma_G + \sigma_{Vier.sem.} \quad (8)$$

$$\text{Section b-b } \sigma_{âme.} = \sigma_G \quad (9)$$

$$\sigma_{sem.} = \sigma_G \quad (10)$$

Où

$\sigma_G$  est la contrainte normale à la section en té.

$\sigma_{Vier.âme.}$  est la contrainte de flexion Vierendeel maximale sur l'âme.

$\sigma_{Vier.sem.}$  est la contrainte de flexion Vierendeel maximale sur la semelle.

$\sigma_{âme.}$  est la contrainte maximale totale sur l'âme.

$\sigma_{sem.}$  est la contrainte maximale totale sur la semelle

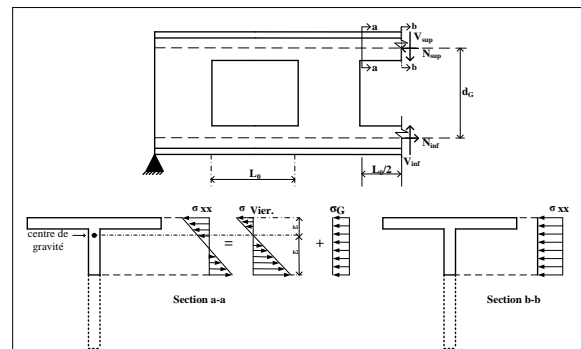


Figure 2 - 2: Séparation de contraintes globales en efforts locaux (Poutre Vierendeel).

Figure 2 - 2: Separation of global stresses in local force (Vierendeel Beam)

## 2.2- Poutre à inerties équivalentes

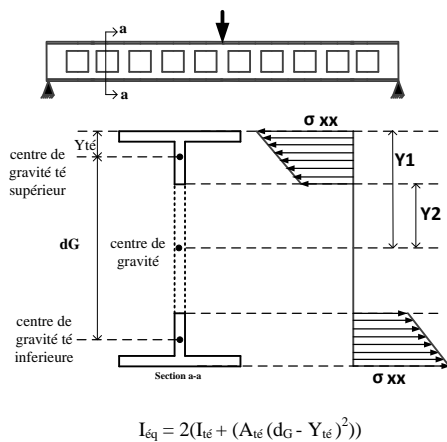
Une autre approche pour caractériser le comportement des poutres alvéolaires consiste à considérer des poutres à inerties variables sur la longueur. Ainsi une poutre avec ouvertures

rectangulaires est représentée par une succession de tronçons de poutres avec l'inertie réduite de l'ouverture ( $I_{eq}$ ) et celle de la partie pleine Réfs. [5 & 6] Figure (2 -3).

$$\sigma_{xx1} = \frac{M_G * Y_1}{I_{eq}} \quad (11)$$

$$\sigma_{xx2} = \frac{M_G * Y_2}{I_{eq}} \quad (12)$$

Où  $I_{eq}$  est l'inertie de la section réduite par la présence d'ouverture.



**Figure 2 -3 :** Séparation des efforts globaux en efforts locaux (section inerties équivalentes)

**Figure 2 - 3:** Separation of global stresses in local force (Equivalent inertia section)

Ce modèle est limité en terme d'analyse de contraintes du fait qu'il ne permet pas de prendre en compte les contraintes induites par la flexion Vierendeel.

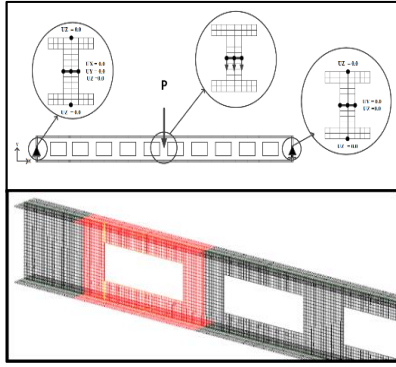
Les deux modèles analytiques présentés sont ensuite comparés à des résultats de distribution de contraintes obtenus par modélisation en éléments finis sur le logiciel Cast3m. Une étude comparative est menée en faisant varier différents paramètres dans le but d'identifier les configurations pour lesquelles ces modèles simplifiés sont plus ou moins bien adaptés.

### 3- Modèle éléments finis

Un modèle éléments finis a été développé sur le logiciel Cast3m pour analyser le comportement mécanique de poutres munies d'ouvertures dans l'âme. Des éléments CUB8, volumiques à 8 nœuds à 3 degrés de liberté par nœud (UX, UY et UZ), ont été utilisés pour mailler le volume de la poutre. Toutes les poutres modélisées sont isostatiques avec maintien anti-déversement de la poutre. La Figure (3-1) présente les différentes conditions aux limites et d'application du chargement. Les conditions d'appui simple et d'articulation sont appliquées au niveau de la fibre moyenne aux extrémités de la poutre sur deux lignes perpendiculaires Réfs. [7 & 8] à la fibre moyenne. Le chargement ponctuel est appliqué sur les nœuds de la ligne perpendiculaire à la fibre moyenne de la poutre au niveau de la mi-portée.

Le calcul non linéaire est effectué en considérant des grands déplacements et un comportement de matériaux élasto-plastique avec écrouissage linéaire. Le calcul comprend deux étapes. La première correspond à un calcul de modes propres d'instabilité de la structure. Ce calcul permet de récupérer le premier mode pour définir la forme d'imperfection initiale de la structure. Ensuite, le calcul non-linéaire en grands déplacements est effectué en déplacement contrôlé au niveau du point de chargement. Les comparaisons entre les modèles théoriques et le modèle E.F. de distribution de contraintes axiales sont menées uniquement avec un taux de chargement des poutres assurant un comportement purement élastique, évacuant de fait les différences de comportement liées aux redistributions des efforts internes autour de l'ouverture. Le modèle numérique est utilisé pour une étude paramétrique de diverses configurations géométriques d'ouvertures dans le but d'évaluer l'application des modèles analytiques existants. Les contraintes sont prises aux points d'intégration de Gauss. Le modèle a été évalué sur la base de plusieurs études comparatives avec la théorie des poutres sur des cas simples de poutres droites en flexion simple afin d'en déduire une densité de maillage optimale.

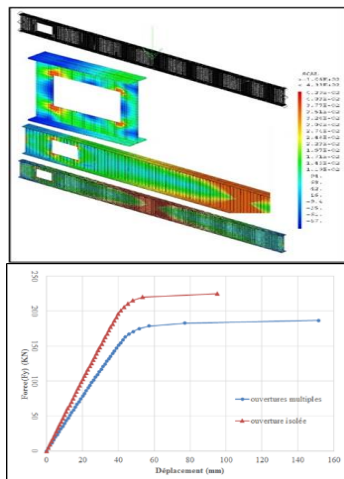




**Figure 3 -1 :** Exemple du maillage conditions aux limites et chargements

**Figure 3 -1 :** Example of meshing, boundary conditions and loadings

La figure 3-2 (a) donne un exemple de résultat de distribution de contrainte de von Mises pour deux configurations de poutre étudiées (ouverture isolée et ouvertures multiples). Il peut aisément être observé sur cette figure que les coins de l'ouverture sont le siège de concentrations de contraintes, étudiées plus en détail dans la partie suivante. La figure 3-2 (b) présente un exemple de courbe force-déplacement obtenu pour une configuration de poutre à ouverture isolée et à ouvertures multiples. Le déplacement vertical a été mesuré au niveau de la fibre moyenne à mi portée de la poutre.



**Figure 3-2 :** Exemple de résultats MEF pour 2 configurations de poutres (avec ouverture isolée et ouvertures multiples)

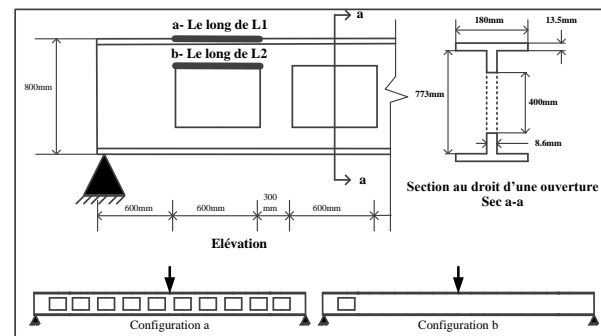
**Figure 3- 2 :** Example of FEM results for 2 configurations of beams (with insulated opening and multiple openings)

## 4- Etude paramétrique comparative

L'étude présentée ci-après compare les distributions de contraintes axiales obtenues à l'aide du modèle E.F. avec celles déduites des modèles analytiques présentés en partie 2. Les comparaisons entre les résultats analytiques et numériques concernent plusieurs configurations de poutres, en variant les paramètres géométriques d'ouverture, le type de chargement et la présence d'une ou plusieurs ouvertures. L'analyse de la distribution de contrainte se fait d'une part le long de la membrure supérieure (lignes L1 et L2 de la Figure 4.1) et d'autre part sur la hauteur de sections en té qui composent la membrure de l'ouverture (section a-a de la Figure 4.1).

### 4.1- Ouvertures multiples et ouverture isolée

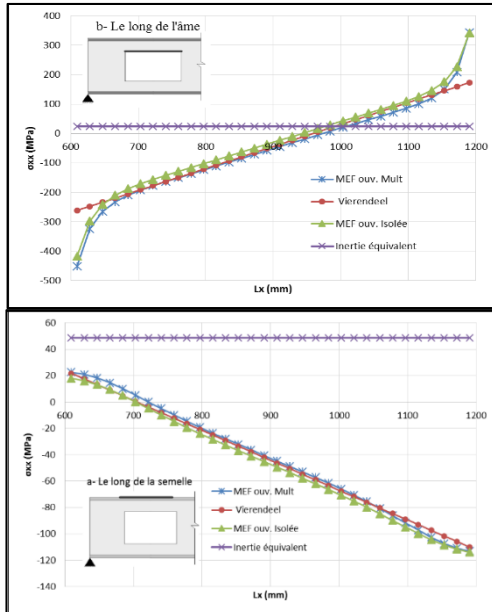
Dans cette partie, il s'agit de comparer les résultats pour le cas d'une poutre en flexion 3 points munie d'une seule ou plusieurs ouvertures rectangulaires (voir Figure 4.1, configurations a et b).



**Figure 4- 1 :** Zones d'analyse d'une poutre cellulaire avec ouvertures rectangulaires

**Figure 4- 1 :** Areas of analysis of a cellular beam with rectangular openings

La Figure (4-2) présente les résultats de distribution des contraintes axiales obtenues suivant le modèle de poutre Vierendeel ( $\sigma_{xx}$  semelle et âme Vierendeel), par le modèle E.F. de poutre à ouverture isolée et ouvertures multiples.



**Figure 4-2 :** Contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) le long de l'âme et de la semelle supérieure (MEF et méthode Vierendeel)

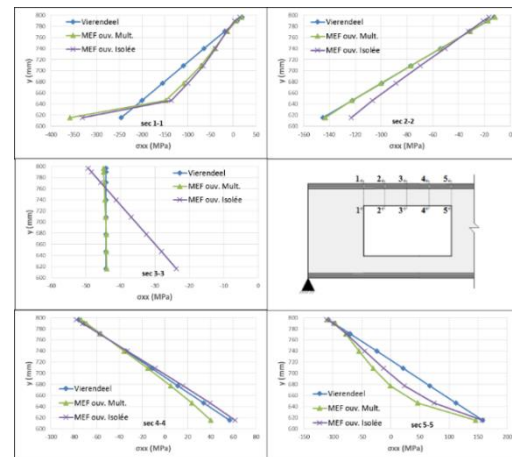
**Figure 4-2:** Stresses ( $\sigma_{xx}$ ) along the web and the upper flange (FEM and method Vierendeel)

Il peut être observé sur la Figure 4-2 que les écarts entre le modèle MEF et la méthode « Vierendeel » restent inférieurs à 2%. La seule différence nette observée se situe au niveau du coin de l'ouverture dans lequel le modèle E.F. met en évidence une concentration de contraintes. Ce phénomène est observé dans les deux modèles de poutres (ouverture isolée et ouvertures multiples). La méthode équivalente n'est pas efficace avec chargement ponctuel ou charge uniforme en raison de l'absence de l'effet Vierendeel.

La MMC Réf. [9] montre que lorsque des pièces présentent de brusques variations de section (gorge, épaulement, trou de perçage, etc.), les formules de la résistance des matériaux ne sont plus applicables. Au voisinage du changement de section, la répartition des contraintes est modifiée. La contrainte maximale est supérieure à la contrainte uniforme (contrainte théorique calculée que nous appellerons ( $\sigma_{nom}$ )). Ainsi un coefficient d'amplification de contrainte  $K_t$  est défini tel que :  $K_t = \sigma_{réelle} / \sigma_{nom}$ . Cependant, aucune formulation ou abaque ne permet de définir le coefficient d'amplification de contrainte correspondant au cas d'une

membre d'ouverture avec une section en té. De plus, il s'avère que la valeur de ce coefficient dépend du congé de raccordement du changement brutal de section. Plus ce rayon est important, moins il y a de concentration de contrainte. C'est un phénomène qui pourrait donc s'atténuer dans les cas d'ouvertures qui limitent les changements brutaux de section.

La Figure (4-3) présente la comparaison des mêmes modèles précédents sur 5 différentes sections d'une même membre d'ouverture (positions différentes le long de l'ouverture).



**Figure 4-3 :** Distribution des contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) sur les hauteurs de différentes sections du té (MEF et méthode Vierendeel)

**Figure 4-3 :** Distribution of stresses ( $\sigma_{xx}$ ) on the heights of different sections of the tee (FEM and Vierendeel method)

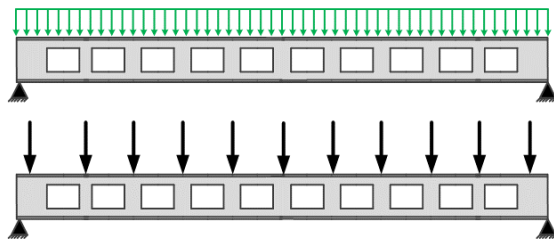
Les contraintes axiales sur la section à mi-travée (section 3-3) de la membre d'ouverture sont similaires entre le modèle E.F. et celui de poutre à ouvertures multiples. En revanche, le modèle à ouverture isolée montre qu'au milieu de l'ouverture (section 3-3), les valeurs de contraintes axiales ne sont pas uniformes, ce qui traduit une flexion. En effet, l'étude du modèle E.F. montre que le point de moment nul le long de la membre supérieure est légèrement décalé du milieu de l'ouverture dans le cas de la poutre à ouverture isolée.

## 4-2- Influence chargement

En s'appuyant sur le modèle MEF, il est proposé d'étudier l'influence du type de chargement de la poutre sur la distribution des efforts et des contraintes internes dans les membrures d'une ouverture. Les cas de chargement traités sont une charge uniforme comparée à des charges concentrées sur les montants (poutre avec ouvertures multiples) et un moment constant appliqué à une poutre avec ouverture isolée ou avec ouvertures multiples.

### 4-2-1- Charge uniforme

Deux modèles de poutres sont analysés (voir Figure 4-4). Le premier correspond à celui d'une poutre soumise à un chargement uniforme. Le second modèle reprend la même poutre avec des charges appliquées au niveau des montants d'âme (conditions d'une poutre échelle). La résultante des deux chargements est la même.

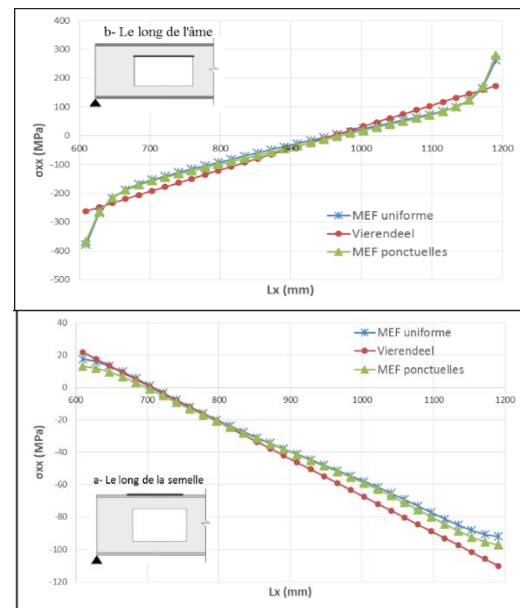


**Figure 4- 4 :** Poutre avec ouvertures multiples rectangulaires (charge uniforme ou charges concentrées)

**Figure 4- 4:** Beam with multiple rectangular openings (uniform load or concentrated loads)

La Figure 4-5 présente les résultats de distribution de contraintes axiales pour les deux modèles de poutres étudiés. De la même façon que précédemment, les comparaisons se font d'une part le long de la membrure sur la fibre inférieure de l'âme et d'autre part sur la fibre supérieure de la semelle. Les comparaisons concernent le modèle MEF avec charge uniforme (MEF uniforme), charges concentrées (MEF ponctuelles) et le modèle analytique (Vierendeel) qui considère des charges concentrées au niveau de montant (comme le cas MEF ponctuelles).

On constate un écart entre les modèles inférieur à 2,5%. La distribution des contraintes calculées sur l'âme et la semelle est quasi-linéaire pour le chargement uniforme (MEF) et linéaire pour la méthode «Vierendeel» avec charges appliquées aux montants d'âme. La Figure (4-5) permet d'observer une concentration de contraintes au niveau des angles des ouvertures. Le modèle MEF avec les deux types de chargement donne des résultats superposés (le long de l'âme) et avec de faibles différences (le long de la semelle).



**Figure 4-5 :** Contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) sur l'âme et la semelle supérieure le long de l'ouverture (MEF avec charge uniforme ou charges concentrées et méthode Vierendeel)

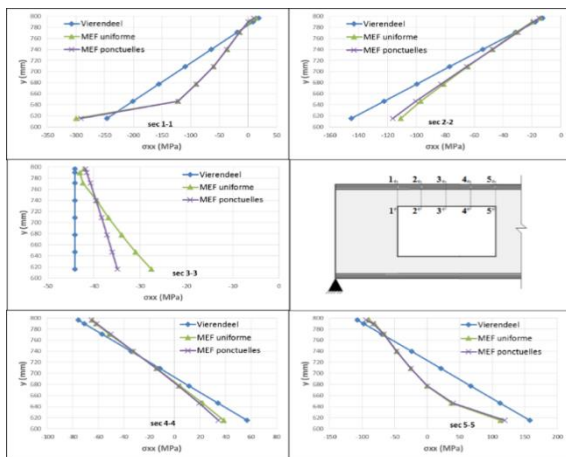
**Figure 4-5:** Stresses ( $\sigma_{xx}$ ) on the web and the upper flange along the opening (FEM with uniform load or concentrated loads and Vierendeel method).

La Figure (4-6) permet de comparer les distributions de contraintes sur la hauteur de différentes sections en té le long de la membrure supérieure de l'ouverture.

Il peut être observé sur la Figure 4-6 que les distributions de contraintes sont similaires entre les 2 modèles de poutres modélisées en E.F. (charge uniforme et charges aux nœuds) pour toutes les sections en té étudiées à l'exception de la section au milieu de l'ouverture. En effet, on peut observer que les



contraintes axiales sont plus importantes pour le cas de la charge uniformément répartie et qu'une flexion plus importante s'opère au niveau de cette section. En effet, la présence d'une charge uniformément répartie le long de la membrure de l'ouverture implique une flexion locale supplémentaire de cette membrure. La différence des contraintes entre les 2 modèles E.F. au niveau de la fibre inférieure de l'âme est de 7,4 MPa. A titre de comparaison, un modèle de poutre bi-appuyée chargée uniformément, de longueur  $L_0$  (longueur de la membrure d'ouverture) et composée d'une section en té (identique à la membrure) se retrouve avec une contrainte maximale dans l'âme de 6,7 MPa. Par conséquent, cette comparaison permet d'illustrer que la charge uniformément répartie implique bien une flexion locale de la membrure qui s'ajoute à la flexion Vierendeel.



**Figure 4-6 :** Distribution des contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) sur les hauteurs de différentes sections du té afin de comparer les 3 méthodes : MEF à charge uniforme, MEF aux charges concentrées et la méthode de la flexion Vierendeel

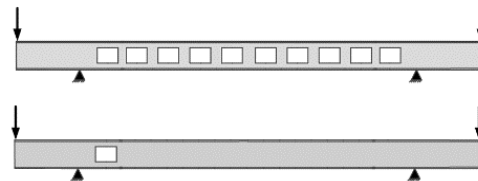
**Figure 4-6 :** Stress distribution ( $\sigma_{xx}$ ) on the heights of different sections of the tee in order to compare the 3 methods: MEF with uniform load, MEF with concentrated loads and the method of bending Vierendeel

Cette flexion peut s'apparenter à la flexion d'une poutre bi-appuyée chargée uniformément. C'est la raison pour laquelle l'influence de cette flexion diminue aux abords des coins de l'ouverture, zone de flexion Vierendeel maximale.

Enfin, il peut être constaté des écarts maximaux de contraintes entre le modèle E.F. de poutres à charges concentrées aux nœuds et le modèle analytique de poutre Vierendeel au niveau de la section située au milieu de la membrure. Ces écarts peuvent encore une fois s'expliquer par le fait que le point de moment nul en réalité ne se situe pas exactement au droit de l'ouverture mais est légèrement décalé du milieu. Cependant, l'erreur commise par l'approximation faite par le modèle théorique reste acceptable 3,1%

#### 4-2.2. Charge par moment constant

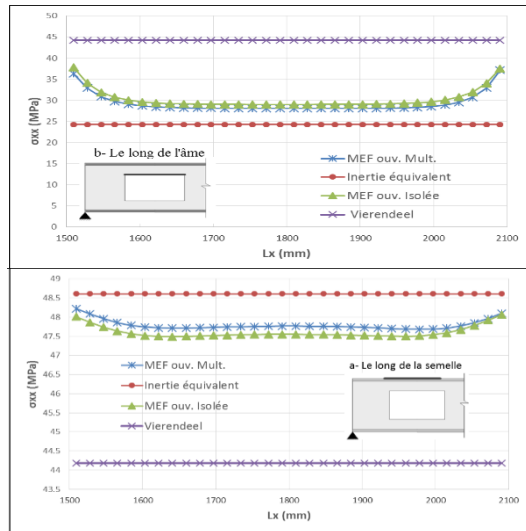
La poutre est chargée par un moment constant sur la partie étudiée constituée d'une ouverture isolée ou de plusieurs ouvertures (Figure 4-7). Cette étude consiste à comparer les résultats analytiques obtenus avec la théorie des poutres Vierendeel avec ceux obtenus par la méthode des inerties équivalentes et les résultats E.F. des deux modèles de poutre.



**Figure 4- 7 :** Exemple de calcul d'une poutre cellulaire avec moment constant

**Figure 4- 7 :** Example of calculation of a cellular beam with constant bending moment

La Figure (4-8) compare l'évolution des contraintes axiales le long de la membrure d'ouverture entre les modèles E.F. (MEF\_ouv.\_isolée et MEF\_ouv.\_mult.) avec les modèles analytiques (Vierendeel et Inertie équivalente).

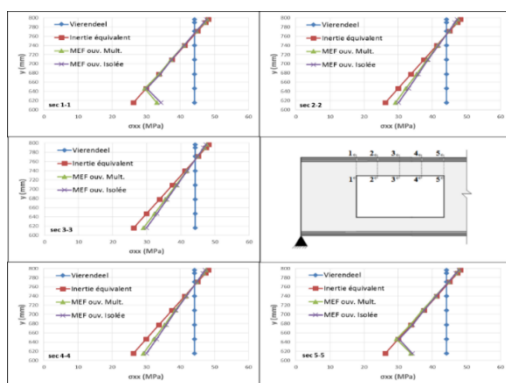


**Figure 4-8 :** Les contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) sur l'âme et la semelle supérieure (chargement par moment constant)

**Figure 4-8 :** The stresses ( $\sigma_{xx}$ ) on the web and the upper flange (loading by constant moment)

Il peut être observé sur la Figure (4-8) que les différents modèles donnent une valeur constante de la contrainte axiale sur la longueur de la membrure, sauf au niveau des coins de l'ouverture pour le modèle E.F. du fait des concentrations de contraintes.

La Figure (4-9) permet de comparer les distributions de contraintes sur les hauteurs de différentes sections en té le long de la membrure supérieure de l'ouverture.



**Figure 4-9 :** Contraintes ( $\sigma_{xx}$ ) sur les hauteurs de différentes sections du té (MEF et méthode Vierendeel) chargement par moment constant

**Figure 4-9:** Stresses ( $\sigma_{xx}$ ) on the heights of different sections of the tee (FEM and Vierendeel method) loading by constant bending moment

Il peut être observé sur les Figure 4-8 et 4-9 que les 2 modèles E.F. donnent des résultats équivalents. Du fait d'un chargement par moment global constant, il n'y a aucune flexion locale des membrures de l'ouverture car il n'y a pas d'effort tranchant. Ainsi, il est normal d'observer une valeur constante de contrainte axiale le long de l'ouverture (Figure 4-9), sauf au niveau des coins de l'ouverture (concentration de contraintes). Il peut être observé sur la Figure 4-9 que les valeurs de contraintes axiales estimées par le modèle analytique d'inertie équivalente sont plus proches des résultats E.F. que le modèle de poutre Vierendeel. L'étude des contraintes axiales sur la hauteur des sections en té de la membrure (voir Figure 4-10) montre que celles-ci varient linéairement sur la hauteur. L'évolution de ces contraintes est identique sur toutes les sections le long de la membrure, ce qui permet d'affirmer que la membrure est soumise à de la flexion même en l'absence d'effort tranchant.

L'application de la théorie des poutres Vierendeel donne une distribution d'efforts internes telle que les membrures supérieure et inférieure sont soumises respectivement à seulement un effort axial de compression et de traction. En revanche, le modèle inertie équivalente considère que la partie de poutre avec ouverture est soumise à un diagramme de contrainte relatif au moment global appliqué à une section réduite par la présence d'une ouverture. Ainsi, l'application du modèle de poutre Vierendeel entraîne un diagramme de contraintes axiales uniforme sur la hauteur des sections en té tandis que le modèle à inertie équivalente implique un diagramme linéaire (voir pour rappel la Figure 2-3).

Cette étude a permis d'observer que, dans le cas particulier de la flexion globale constante (donc sans effort tranchant), le modèle à inertie équivalente est plus représentatif des résultats numériques que le modèle de poutre Vierendeel. Une poutre munie d'ouverture soumise à un moment constant a un comportement proche d'une simple poutre et non celui d'une poutre Vierendeel.



## 5- Conclusion

Les résultats de l'analyse par éléments finis (éléments volumiques) sont très similaires à ceux déduits par la méthode Vierendeel dans tous les points le long de l'ouverture sauf dans les coins où une concentration de contrainte est observée en MEF et non prise en compte par le modèle analytique. Cependant, il a pu être constaté que dans le cas de l'application d'un moment constant, la méthode Vierendeel est moins représentative de l'état de contrainte que la méthode à inertie équivalente. Ces exemples ont permis d'aider à mieux comprendre le comportement complexe de poutres cellulaires à ouvertures rectangulaires. La contrainte maximale est située dans les coins des ouvertures sièges de concentrations de contraintes.

Le modèle à inertie équivalente n'est pas représentatif du comportement mécanique des poutres à ouvertures d'âme du fait qu'il ne permet pas de prendre en compte la flexion locale des membrures induite par le transfert de cisaillement. Cependant, il s'est avéré assez représentatif du comportement mécanique de poutres à ouvertures d'âme soumises à un moment constant.

L'hypothèse de poutre échelle est représentative dans la majorité des cas étudiés. Cependant, il a pu être montré que l'approximation d'un moment nul au milieu de l'ouverture peut être plus ou moins exacte suivant que l'on ait une ou plusieurs ouverture et surtout suivant que l'on ait un chargement uniforme ou des charges équivalentes appliquées aux montants d'âme. De plus, l'analyse des contraintes axiales le long de la membrure supérieure a permis d'identifier que la présence d'une charge uniforme le long de l'ouverture traduit une flexion locale supplémentaire de la membrure d'ouverture. Cette flexion locale supplémentaire s'avère être proche de celle d'une poutre bi-appuyée, par conséquent, le moment au coin de l'ouverture n'est pas ou peu influencé par la présence de la charge uniforme le long de l'ouverture. Cependant, ces conclusions ont été faites sur des configurations précises de poutres à ouvertures rectangulaires. Il est nécessaire de poursuivre les études comparatives en analysant d'autres configurations d'ouvertures, en faisant

varier le rapport longueur/hauteur et la forme de l'ouverture.

## 6- Bibliographie

- [1] Kerdal, D. and Nethercot, D.A., *Failure modes of castellated beams.*, Journal of constructional steel research", vol.4, pp.295-315, 1984.
- [2] Manfred, A. Hirt et Rolf, Bez, *Construction métallique : Notions fondamentales et méthodes de dimensionnement*, volume (10) , 1996.
- [3] Durif, S., *Comportement mécanique des poutres cellulaires à ouvertures sinusoïdales - développement d'un modèle analytique adapté.*, Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, 2012.
- [4] Darwin, D., *Design of Steel and Composite Beams with Web Openings.*, Design Guide 2, AISC, 3ème édition, 65 pages, 2003.
- [5] Whitlow, R., *Materials and structures.*, 2nd édition, 1991.
- [6] Eurocode 3 "Calcul des structures en acier" et Document d'Application Nationale.
- [7] Durif, S., Vassart, O., Bouchaïr et Muzeau, A. J.P., *Modèle mécanique pour les poutres à larges ouvertures d'âmes de section variable.*, 29èmes Rencontres Universitaires de Génie Civil, AUGC, Tlemcen, Vol. 1, pp. 345-355, mai 2011.
- [8] Vassart, O., *Analytical Model for cellular beams made of hot rolled sections in case of fire.*, Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, 2009.
- [9] Jian, LU. et Henri-Paul, L., *concentration de contraintes* "Techniques de l'Ingénieur.", 12/09/2014.